

1. Αν $X=3$, $\Psi=-2$ και $Z=-1$, να χαρακτηρίσετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω προτάσεις χρησιμοποιώντας μία από τις λέξεις Αληθής ή Ψευδής.

Πρόταση Α. $(X+\Psi)*Z > 0$ **Ψευδής**

Έχουμε: $(3 - 2) * (-1) > 0 \Rightarrow 1 * (-1) > 0 \Rightarrow -1 > 0 \Rightarrow$ Ψευδής.

Πρόταση Β. $(X-\Psi)*Z = -5$ **Αληθής**

Έχουμε $(3 - (-2)) * (-1) = -5 \Rightarrow (3+2) * (-1) = -5 \Rightarrow 5 * (-1) = -5 \Rightarrow -5 = -5 \Rightarrow$ Αληθής.

Πρόταση Γ. $X*Z > 0$ **Ψευδής**

Έχουμε $3*(-1) > 0 \Rightarrow -3 > 0 \Rightarrow$ Ψευδής.

Πρόταση Δ. $Z > \Psi$ **Αληθής**

Έχουμε $-1 > -2 \Rightarrow$ Αληθής.

Να συμπληρώσετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές των λογικών πράξεων μεταξύ των παραπάνω προτάσεων **A, B, Γ, και Δ**.

Λογική Πράξη	Αιτιολόγηση	Αποτέλεσμα
A ή B	Ψευδής Η Αληθής $\Rightarrow$ Αληθής	Αληθής
A ή Γ	Ψευδής Η Ψευδής $\Rightarrow$ Ψευδής	Ψευδής
Γ και Δ	Ψευδής ΚΑΙ Αληθής $\Rightarrow$ Ψευδής	Ψευδής
A και Δ	Ψευδής ΚΑΙ Αληθής $\Rightarrow$ Ψευδής	Ψευδής
όχι A	ΟΧΙ Ψευδής $\Rightarrow$ Αληθής	Αληθής
όχι B	ΟΧΙ Αληθής $\Rightarrow$ Ψευδής	Ψευδής

2. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αλήθειας δύο προτάσεων A, B και των τριών λογικών πράξεων.

Πρόταση A	Πρόταση B	A ή B (Διάζευξη)	A και B (Σύζευξη)	όχι A (Άρνηση)
Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής
Αληθής	Ψευδής	Αληθής	Ψευδής	Ψευδής
Ψευδής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής	Αληθής
Αληθής	Αληθής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής

3. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε κατάλληλα τις κενές θέσεις.

A	B	(ΟΧΙ A) Ή B	A ΚΑΙ B	A Ή B
Ψευδής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής	Αληθής
Αληθής	Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής

4. Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου:

$Z \leftarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

$X \leftarrow \text{Αληθής}$

$\Psi \leftarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

$A \leftarrow X \text{ ΚΑΙ } (\Psi \vee Z)$

$B \leftarrow (\neg \text{ΟΧΙ } A) \text{ ΚΑΙ } (\neg \text{ΟΧΙ } Z)$

Να γράψετε στο τετράδιο σας τις τιμές των μεταβλητών A και B μετά την εκτέλεση του παραπάνω τμήματος αλγορίθμου.

$A \leftarrow \text{Αληθής ΚΑΙ } (\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \vee \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma) \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ } \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

$B \leftarrow (\neg \text{ΟΧΙ } \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma) \text{ ΚΑΙ } (\neg \text{ΟΧΙ } \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma) \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής}$

Επομένως: Η μεταβλητή **A** έχει τιμή **Ψευδής** και η μεταβλητή **B** έχει τιμή **Αληθής**.

5. Να υπολογίσετε **αναλυτικά** την τιμή της παρακάτω λογικής έκφρασης, όταν $X = \text{Αληθής}$ και $Y = \text{Αληθής}$.

$(X \text{ ΚΑΙ } (\neg \text{ΟΧΙ}(Y))) \vee ((\neg \text{ΟΧΙ}(X)) \text{ ΚΑΙ } Y)$

Επειδή ζητείται ο αναλυτικός υπολογισμός της λογικής έκφρασης πρέπει υποχρεωτικά να εκτελέσουμε όλες τις πράξεις μέχρι να βρούμε το τελικό αποτέλεσμα.

$(\text{Αληθής ΚΑΙ } (\neg \text{ΟΧΙ}(\text{Αληθής}))) \vee ((\neg \text{ΟΧΙ}(\text{Αληθής})) \text{ ΚΑΙ } \text{Αληθής}) \Rightarrow$

$(\text{Αληθής ΚΑΙ } \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma) \vee (\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \text{ ΚΑΙ } \text{Αληθής}) \Rightarrow$

$\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \vee \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

Η παραπάνω λογική έκφραση έχει τιμή **Ψευδής** όταν $X = \text{Αληθής}$ και $Y = \text{Αληθής}$.

6. Δίνονται οι τιμές των μεταβλητών $A=8$, $B=3$, $\Gamma=-2$ και $\Delta=-1$. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω εκφράσεις αν είναι Αληθής ή Ψευδής.

α. $A \text{ MOD } B \geq A_T(\Gamma) \Rightarrow 8 \text{ MOD } 3 \geq A_T(-2) \Rightarrow 2 = 2 \Rightarrow \text{Αληθής}$

β. $A^2 - B^2 \leq (\Gamma + A) / \Delta \Rightarrow 8^2 - 3^2 \leq (-2 + 8) / (-1) \Rightarrow (16 - 9) \leq 6 / (-1) \Rightarrow 7 \leq -6 \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

γ. $B \text{ DIV } (A + \Gamma) < 0 \Rightarrow 3 \text{ DIV } (8 - 2) < 0 \Rightarrow 3 \text{ DIV } 6 < 0 \Rightarrow 0 < 0 \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

δ. $A * \Gamma - \Delta \geq -(17 \text{ MOD } A) \Rightarrow 8 * (-2) - (-1) \geq (17 \text{ MOD } 8) \Rightarrow -16 + 1 \geq 1 \Rightarrow -15 \geq 1 \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

ε. $B * \Delta \leq A * \Gamma \Rightarrow 3 * (-1) \leq 8 * (-2) \Rightarrow -3 \leq -16 \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

7. Δίδονται οι τιμές των μεταβλητών $A=5$, $B=7$ και $\Gamma=-3$. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιο σας κάθε έκφραση που ακολουθεί με το γράμμα A, αν είναι Αληθής, ή με το γράμμα Ψ, αν είναι Ψευδής.

α. $\neg \text{ΟΧΙ } (A + B < 10) \Rightarrow \neg \text{ΟΧΙ } (5 + 7 < 10) \Rightarrow \neg \text{ΟΧΙ } (12 < 10) \Rightarrow \neg \text{ΟΧΙ } \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \Rightarrow \text{Αληθής}$

β. $(A \geq B) \vee (\Gamma < B) \Rightarrow (5 \geq 7) \vee (-3 < 7) \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \vee \text{Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής}$

γ. $((A > B) \text{ ΚΑΙ } (\Gamma < A)) \vee (\Gamma > 5) \Rightarrow ((5 > 7) \text{ ΚΑΙ } (-3 < 5)) \vee (-3 > 5) \Rightarrow (\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \text{ ΚΑΙ } \text{Αληθής}) \vee (\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma) \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \vee \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma \Rightarrow \Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$

δ. $(\neg \text{ΟΧΙ}(A < B)) \text{ ΚΑΙ } (B + \Gamma < 2 * A) \Rightarrow (\neg \text{ΟΧΙ } (5 < 7)) \text{ ΚΑΙ } (7 - 3 < 2 * 5) \Rightarrow (\neg \text{ΟΧΙ } \text{Αληθής}) \text{ ΚΑΙ } (4 < 10) \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής}$

8. Αν $\alpha = 5$, $\beta = 7$ και $\gamma = 10$, να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω προτάσεις χρησιμοποιώντας μια από τις λέξεις Αληθής ή Ψευδής.

Πρόταση Α. Αληθής.

Έχουμε τη συνθήκη: (όχι $(\alpha + 2 \geq \beta)$) ή $\beta + 3 = \gamma$

Λόγω της διάζευξης (Η) εξετάζουμε πρώτα το δεύτερο μέρος που είναι πιο απλό, μήπως και είναι Αληθής.

Έχουμε: $\beta + 3 = \gamma \Rightarrow 7 + 3 = 10 \Rightarrow 10 = 10 \Rightarrow$ Αληθής

Επομένως, η συνθήκη είναι Αληθής αφού το δεύτερο μέρος είναι Αληθής.

Πρόταση Β. Αληθής

Έχουμε τη συνθήκη: $\alpha + 2 \cdot \beta < 20$ και $2 \cdot \alpha = \gamma$

Λόγω της σύζευξης (ΚΑΙ) εξετάζουμε πρώτα το δεύτερο μέρος που είναι πιο απλό, μήπως και είναι Ψευδής

Έχουμε: $2 \cdot \alpha = \gamma \Rightarrow 2 \cdot 5 = 10 \Rightarrow 10 = 10 \Rightarrow$ Αληθής

Επομένως, πρέπει να εξετάσουμε και το πρώτο μέρος

$5 + 2 \cdot 7 < 20 \Rightarrow 5 + 14 < 20 \Rightarrow 19 < 20 \Rightarrow$ Αληθής

Επομένως, η συνθήκη είναι Αληθής αφού και τα δύο μέρη είναι Αληθή.

9. Δίνονται οι τιμές των μεταβλητών $X=8$ και $\Psi=4$ και η παρακάτω έκφραση:

(ΟΧΙ $(9 \bmod 5 = 20 - 4 \cdot 2^2)$) Ή $(X > \Psi$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ")

Να υπολογίσετε την τιμή της έκφρασης αναλυτικά, ως εξής: **(α)** Να αντικαταστήσετε τις μεταβλητές με τις τιμές τους, **(β)** να εκτελέσετε τις αριθμητικές πράξεις, **(γ)** να αντικαταστήσετε τις συγκρίσεις με την τιμή Αληθής, αν η σύγκριση είναι Αληθής, ή με την τιμή Ψευδής, αν η σύγκριση είναι Ψευδής και **(δ)** να εκτελέσετε τις λογικές πράξεις, ώστε να υπολογίσετε την τελική τιμή της έκφρασης.

α. (ΟΧΙ $(9 \bmod 5 = 20 - 4 \cdot 2^2)$) Ή $(X > \Psi$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ") $\Rightarrow$

β. (ΟΧΙ $(9 \bmod 5 = 20 - 4 \cdot 2^2)$) Ή $(8 > 4$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ") $\Rightarrow$

(ΟΧΙ $(4 = 20 - 4 \cdot 4)$) Ή $(8 > 4$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ") $\Rightarrow$

(ΟΧΙ $(4 = 20 - 16)$) Ή $(8 > 4$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ") $\Rightarrow$

γ. (ΟΧΙ $(4 = 4)$) Ή $(8 > 4$ ΚΑΙ " X " > " Ψ ") $\Rightarrow$

δ. (ΟΧΙ Αληθής) Ή (Αληθής ΚΑΙ Ψευδής) $\Rightarrow$ Ψευδής Ή Ψευδής $\Rightarrow$ Ψευδής

10. Δίνονται οι τιμές των μεταβλητών $A=3$, $B=1$, $\Gamma=15$ και η παρακάτω έκφραση:

(ΟΧΙ $(A+B \cdot 3 > 10)$) ΚΑΙ $(\Gamma \bmod (A - B) = 1)$

Να υπολογίσετε την τιμή της έκφρασης αναλυτικά ως εξής: **(α)** Να αντικαταστήσετε τις μεταβλητές με τις τιμές τους, **(β)** να εκτελέσετε τις αριθμητικές πράξεις, **(γ)** να αντικαταστήσετε τις συγκρίσεις με την τιμή Αληθής, αν η σύγκριση είναι Αληθής, ή την τιμή Ψευδής, αν είναι Ψευδής και **(δ)** Να εκτελέσετε τις λογικές πράξεις, ώστε να υπολογίσετε την τελική τιμή της έκφρασης.

α. (ΟΧΙ $(A+B \cdot 3 > 10)$) ΚΑΙ $(\Gamma \bmod (A-B) = 1) \Rightarrow$

β. (ΟΧΙ $(3+1 \cdot 3 > 10)$) ΚΑΙ $(15 \bmod (3-1) = 1) \Rightarrow$

$$(OXI (3+3>10)) \text{ ΚΑΙ } (15 \bmod 2 = 1) \Rightarrow$$

$$\gamma. (OXI (6>10)) \text{ ΚΑΙ } (1=1) \Rightarrow$$

$$\delta. (\text{OXI Ψευδής}) \text{ ΚΑΙ Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής}$$

11. Αν $A=7$, $B=5$ και $\Gamma=2$, να υπολογιστούν οι λογικές τιμές των παρακάτω εκφράσεων:

$$\alpha. A > B \Rightarrow 7 > 5 \Rightarrow \text{Αληθής}$$

$$\beta. \text{OXI } (B > A) \Rightarrow \text{OXI } (5 > 7) \Rightarrow \text{OXI Ψευδής} \Rightarrow \text{Αληθής}$$

$$\gamma. A < \Gamma \Rightarrow 7 < 2 \Rightarrow \text{Ψευδής}$$

$$\delta. \Gamma \leq B \Rightarrow 2 \leq 5 \Rightarrow \text{Αληθής}$$

$$\epsilon. (A > B) \text{ ΚΑΙ } (A < \Gamma) \Rightarrow (7 > 5) \text{ ΚΑΙ } (7 < 2) \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ Ψευδής} \Rightarrow \text{Ψευδής}$$

$$\sigma\tau. ((A < B) \text{ ΚΑΙ } (A < \Gamma)) \text{ Ή } (\Gamma \leq B) \Rightarrow \text{Αληθής}$$

Δε χρειάζεται να κάνουμε αναλυτικά τις πράξεις αφού δεν το ζητάει η άσκηση. Λόγω του λογικού τελεστή Η, αρκεί η μία από τις δύο εκφράσεις να είναι Αληθής.

Πράγματι: $\Gamma \leq B \Rightarrow 2 \leq 5 \Rightarrow \text{Αληθής}$. Επομένως όλη η πρόταση είναι Αληθής.

$$\zeta. (A < B) \text{ ΚΑΙ } ((A < \Gamma) \text{ Ή } (\Gamma \leq B)) \Rightarrow \text{Ψευδής}$$

Δε χρειάζεται να κάνουμε αναλυτικά τις πράξεις αφού δεν το ζητάει η άσκηση. Λόγω του λογικού τελεστή ΚΑΙ, αρκεί η μία από τις δύο εκφράσεις να είναι Ψευδής.

Πράγματι: $A < B \Rightarrow 7 < 5 \Rightarrow \text{Ψευδής}$. Επομένως όλη η πρόταση είναι Ψευδής.

12. Αν $X=15$, $Y=-3$ και $Z=2$, να χαρακτηρίσετε στο τετράδιο σας τις ακόλουθες εκφράσεις χρησιμοποιώντας μία από τις λέξεις Αληθής ή Ψευδής.

$$\alpha. X > Z \Rightarrow 15 > -3 \Rightarrow \text{Αληθής}$$

$$\beta. \text{OXI } (X+Y > 8) \Rightarrow \text{OXI } (15 - 3 > 8) \Rightarrow \text{OXI } (12 > 8) \Rightarrow \text{OXI Αληθής} \Rightarrow \text{Ψευδής}$$

$$\gamma. (X > Y) \text{ ΚΑΙ } (Z < 3) \Rightarrow (15 > -3) \text{ ΚΑΙ } (2 < 3) \Rightarrow \text{Αληθής ΚΑΙ Αληθής} \Rightarrow \text{Αληθής}$$

$$\delta. (X > 10) \text{ Ή } ((Y > 2) \text{ ΚΑΙ } (Z > Y)) \Rightarrow \text{Αληθής επειδή: } X > 10 \Rightarrow 15 > 10 \Rightarrow \text{Αληθής}$$

13. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα αληθείας.

A	B	(OXI A) ΚΑΙ (OXI B)	((OXI A) ΚΑΙ B) Ή (A ΚΑΙ (OXI B))
Ψευδής	Ψευδής	Αληθής	Ψευδής
Αληθής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής
Ψευδής	Αληθής	Ψευδής	Αληθής
Αληθής	Αληθής	Ψευδής	Ψευδής

14. Να ξαναγράψετε την παρακάτω εντολή χωρίς τη χρήση λογικών τελεστών.

Αν $(A < B \text{ και } C < D)$ και $(B > D \text{ ή } B = D)$ τότε

$K \leftarrow 1$

Τέλος_αν

Ο τελεστής ΚΑΙ μπορεί να αντικατασταθεί με εμφωλευμένες Αν και ο τελεστής Ή με Αλλιώς_Αν. Ειδικά στην περίπτωση αυτή, η συνθήκη με τον λογικό τελεστή Ή μπορεί να συμπτυχθεί στην ισοδύναμη συνθήκη $B \geq D$.

Έτσι έχουμε:

Λύση Α	Λύση Β
Αν $A < B$ Τότε	Αν $A < B$ Τότε
Αν $C <> D$ Τότε	Αν $C <> D$ Τότε
Αν $B \geq D$ Τότε	Αν $B > D$ Τότε
$K \leftarrow 1$	$K \leftarrow 1$
Τέλος_Αν	Αλλιώς_Αν $B \geq D$ Τότε
Τέλος_Αν	$K \leftarrow 1$
Τέλος_Αν	Τέλος_Αν
	Τέλος_Αν